

Politechnika Łódzka

Katedra Przyrządów Półprzewodnikowych i Optoelektronicznych

**WWW.DSOD.PL**

## **LABORATORIUM METROLOGII ELEKTRONICZNEJ**

ĆWICZENIE nr **1**

ALGORYTMY CYFROWEGO PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW  
POMIAROWYCH

Łódź 2009

---

---

**CEL ĆWICZENIA:**

---

---

Ćwiczenie ma na celu zapoznanie z podstawowymi transformacjami dyskretnych sygnałów pomiarowych stosowanych w torach pomiarowych z przetwornikami A/C. W ćwiczeniu przekazane zostaną zarówno teoretyczne oraz praktyczne aspekty stosowania algorytmów filtracji cyfrowej i analizy widmowej sygnału.

---

---

**SPECYFIKACJA APARATURY:**

---

---

W ćwiczeniu wykorzystana zostanie następująca aparatura pomiarowa oraz oprogramowanie:

**Aparatura**

1. generator cyfrowy DDS typu DF1410
2. Oscyloskop cyfrowy 2-kanałowy typu RIGOL 1052E z modułem obliczeniowym FFT
3. Karta pomiarowa Advantech USB-4711A
4. Multimetr z funkcją próbkowania RIGOL DM3051
5. Zestaw dydaktyczny „DSP-Kit”

**Oprogramowanie:**

1. Program Data4711 do obsługi karty pomiarowej USB-4711A
2. Program DataDSP do akwizycji danych z zestawu dydaktycznego DSP-Kit
3. Arkusz kalkulacyjny z pakietu Office do przetwarzania danych z przyrządów pomiarowych

---

---

## PODSTAWY TEORETYCZNE

---

---

Algorytmy DSP (z ang. Digital Signal Processing) w tłumaczeniu algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnałów są dziś jednym z ważniejszych bloków toru pomiarowego. Wynika to z faktu, że tendencje w projektowaniu wszelkich urządzeń pomiarowych zmierzają do minimalizowania liczby elementów i bloków analogowych poprzedzających przetwornik analogowo - cyfrowy. Przy takim podejściu konstruowania aparatury pomiarowej, stosowanie algorytmów DSP staje się konieczne. W rezultacie przetwarzanie sygnału sprowadza się do wykonywania operacji matematycznych na dyskretnych zbiorach danych czyli próbkach sygnału pochodzących z przetwornika analogowo cyfrowego. W konsekwencji również operatory matematyczne zmieniają się z ciągłych na dyskretne czego najlepszym przykładem jest zastąpienie operatora całkowania na równoważny w dyskretnej dziedzinie operator sumy.

Wśród algorytmów DSP stosowanych w torach pomiarowych, filtracja cyfrowa oraz dyskretna transformata Fouriera (DFT z ang. Discrete Fourier Transform) mają szczególnie duże znaczenie i są powszechnie stosowane.

### **Dyskretna transformata Fouriera**

W ujęciu pomiarowym lub też aparaturowym Dyskretna Transformata Fouriera (DFT) wykorzystywana jest przede wszystkim w analizie widmowej, jednak jej właściwości zapewniają znacznie szerszy obszar zastosowań, wykraczający daleko poza zastosowania pomiarowe. Transformata DFT sygnału może prowadzić do:

- prostszej reprezentacji sygnałów dyskretnych w dziedzinie częstotliwości (w szczególności sygnałów poliharmonicznych)
- analizy skutków przetwarzania w blokach poprzedzających analizę widmową (filtracja, interpolacja) sygnałów pomiarowych,
- analizy odpowiedzi częstotliwościowej torów sygnałowych,
- wykorzystania wniosków z analizy widmowej sygnału w układach decyzyjnych, algorytmach adaptacyjnych, układach analizy i rozpoznawania głosu, traktach głosowych, układach identyfikacji i transmisji.

W sensie fizycznym dyskretna transformata Fouriera jest przekształceniem (transformacją) sygnału z dziedziny dyskretnego czasu na odpowiadający mu sygnał w dyskretnej dziedzinie częstotliwości. W sensie matematycznym jest to

transformacja zbioru liczb rzeczywistych w zbiór liczb zespolonych. Oprócz wspomnianych efektów transformacji jest jeszcze jeden, mimo że DFT transformuje jeden ciąg liczbowy w drugi, a liczby pozostają liczbami to jednak elementy ciągu w dziedzinie czasu nazywane są próbkami sygnału, zaś elementy liczbowe ciągu w dziedzinie częstotliwości to prążki widma tego sygnału. Ponieważ razem z przekształceniem DFT istnieje odwrotne przekształcenie IDFT (ang. Inverse Discrete Fourier Transform) zatem można wykonać parę transformacji w rezultacie których sygnał pozostanie w tej samej dziedzinie.

Parę transformat DFT, IDFT opisują równania (1 – 4):

postać wykładniczą transformaty DFT w współrzędnych biegunowych przedstawia równanie 1,

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi kn / N}$$

postać trygonometryczną transformaty DFT równanie 2,

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot [\cos(2\pi kn / N) - j \sin(2\pi kn / N)]$$

równanie odwrotnej, dyskretnej transformaty IDFT we współrzędnych biegunowych (postać wykładnicza) przedstawia równanie 3,

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j2\pi kn / N}$$

a postać trygonometryczną IDFT równanie 4.

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot [\cos(2\pi kn / N) - j \sin(2\pi kn / N)]$$

gdzie:

n – długość ciągu próbek x(n) w dziedzinie czasu,

k – długość ciągu prążków widma X(k) w dziedzinie częstotliwości,

N – liczba iteracji (liczba obliczeń DFT/IDFT)

Określanie rozdzielczości częstotliwościowej  $f_k$  widmowej po przekształceniu DFT odbywa się na podstawie zależności 5.

$$f_k = k \left( \frac{f_s}{N} \right)$$

$f_k$  - rozdzielczość częstotliwościowa k prążków w widmie

Skalowanie amplitudy widma dla częstotliwości  $f = 0$  Hz (składowa stała sygnału w dziedzinie czasu) przeprowadza się zgodnie z zależnością 6,

$$X'_{am}(k) = \frac{X_{am}(k)}{N}$$

zaś dla  $f \neq 0\text{Hz}$  (składowa zmienna sygnału w dziedzinie czasu) zgodnie z zależnością 7.

$$X'_{am}(k) = \frac{X_{am}(k)}{N/2}$$

Właściwości przekształcenia Fouriera:

#### LINIOWOŚĆ

$$x_1(n) \xleftrightarrow{DFT} X_1(k)$$

$$x_2(n) \xleftrightarrow{DFT} X_2(k)$$

$$a \cdot x_1(n) + b \cdot x_2(n) \xleftrightarrow{DFT} a \cdot X_1(k) + b \cdot X_2(k)$$

#### SYMETRIA

$$x(n) \xleftrightarrow{DFT} X(k)$$

$$x(-n) \xleftrightarrow{DFT} X^*(k)$$

#### MNOŻENIE

$$x_1(n) \cdot x_2(n) \xleftrightarrow{DFT} X_1(k) \otimes X_2(k)$$

#### SPLOT

$$X_1(k) \otimes X_2(k) \xleftrightarrow{DFT} x_1(n) \cdot x_2(n)$$

#### ZMIANA SKALI

$$x(an) \xleftrightarrow{DFT} \frac{1}{|a|} X\left[\frac{k}{a}\right] \text{ dla } a > 0$$

#### OPÓŹNIENIE

$$x(n-m) \xleftrightarrow{DFT} e^{-j2\pi nm} X(k)$$

#### MODULACJA

Jeżeli funkcją modulującą jest funkcja postaci  $e^{j2\pi nm}$  wówczas:

$$e^{j2\pi nm} \cdot x(n) \xleftrightarrow{DFT} X[k-m]$$

#### ORTOGONALNOŚĆ

$$x(n) \xleftrightarrow{DFT} X(k) \quad \text{oraz} \quad X(k) \xleftrightarrow{IDFT} x(n)$$

#### KORELACJA

$$z(n) = x_1(n) \otimes x_2(n-m) \xleftrightarrow{DFT} Z(k) = X_1(k) \cdot X_2^*(k)$$

#### RÓWNOŚĆ PARSEVALA (MOCY)

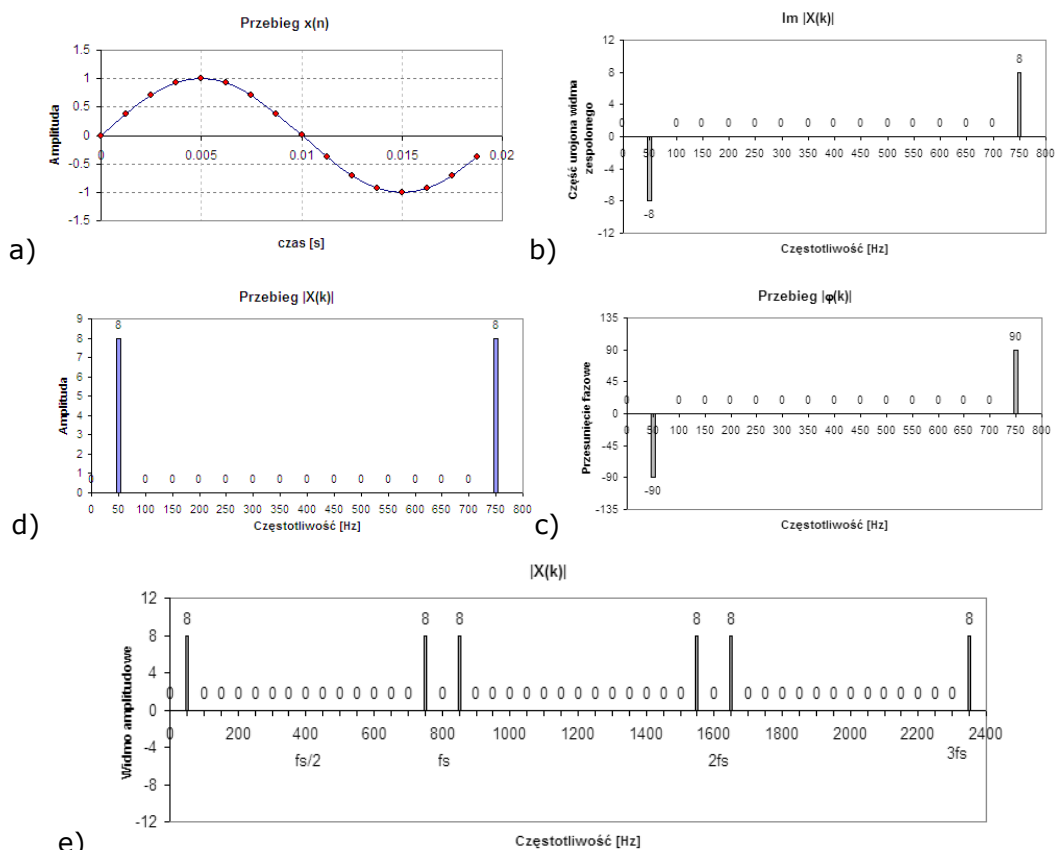
$$\sum_n |x(n)|^2 \xleftrightarrow{DFT} \sum_k |X(k)|^2$$

Podstawowe zastosowanie przekształcenia DFT do analizy widmowej sygnałów pomiarowych sprowadza się do identyfikacji widma sygnału mierzonego oraz

zakresu częstotliwości w którym przenoszona jest moc sygnału analizowanego. W celu poprawnej identyfikacji widma dyskretnego analizowanego sygnału należy spełnić następujące wymagania:

- sygnał transformowany musi mieć ograniczone pasmo częstotliwościowe za pomocą filtra antyaliasingowego (filtra dolnoprzepustowego) skorelowanego z częstotliwością próbkowania przetwornika analogowo-cyfrowego,
- sygnał powinien być okresowy i rozpięty jednym lub więcej niż jednym okresem na ciągu, który poddawany jest transformacji DFT
- rozdzielczość widmowa sygnału w dziedzinie częstotliwości powinna być tak skorelowana z widmem sygnału aby możliwie najlepiej odwzorowywać rzeczywiste widmo sygnału

Na rysunkach od 1 do 4 przedstawione zostały przykładowy przebieg sinusoidalny oraz jego widmo zespolone (część urojona widma zespolonego), amplitudowe i fazowe (część rzeczywista widma w tym przypadku równa zero dla każdego prążka).



Rys.1-5. a) spróbkowany przebieg sinusoidalny o częstotliwości  $f = f_s/16=50\text{Hz}$  i amplitudzie  $A=1$ , częstotliwość próbkowania  $f_s=800\text{Hz}$ ; b) część urojona widma zespolonego w zakresie  $0\div 800\text{Hz}$ ; c) moduł widma zespolonego (widmo amplitudowe) w zakresie  $0\div 800\text{Hz}$ ; d) argument widma zespolonego (widmo fazowe) wyrażone w stopniach w zakresie  $0\div 800\text{Hz}$ ; e) moduł widma zespolonego (widmo amplitudowe) w zakresie  $0\div 2400\text{Hz}$  ( $0\div 3 f_s$ ) ilustrujący okresowość DFT

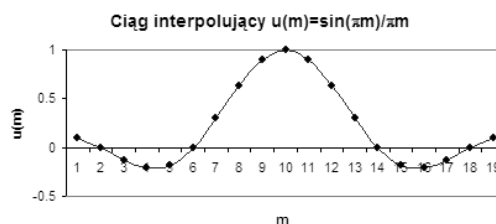
## Algorytmy decymacji i interpolacji przebiegów dyskretnych

Podczas przetwarzania danych w części cyfrowej torów pomiarowych istnieje potrzeba programowego dostosowywania liczby próbek przetwarzanych poprzez zmianę częstotliwości próbkowania.

Operacja decymacji jest w tym przypadku redukowaniem zbioru danych poprzez okresowe usuwanie próbek pochodzących z procesu przetwarzania A/C próbkowanego przebiegu analogowego. Liczba redukowanych elementów ciągu liczbowego  $x(n)$  określana jest poprzez czynnik decymacji  $D$ . Jeżeli czynnik wynosi np. 2, wówczas każda co druga próbka usuwana jest z przebiegu  $x(n)$ . W przypadku gdy czynnik  $D=3$  wówczas w ciągu pozostaje co trzecia próbka. Nowa częstotliwość próbkowania określona jest zależnością  $f_{sn}=f_s/D$ . W związku z tym zmienia się zakres częstotliwościowy (okres) widma przebiegu oraz rozdzielczość widmowa  $f_k$ , które są ściśle skorelowane z częstotliwością próbkowania. W celu uniknięcia efektu aliasingu po decymacji, operacja decymacji powinna być poprzedzona operacją filtracji dolnoprzepustowej.

Operacja interpolacji zmierza do programowego zwiększenia częstotliwości próbkowania, a więc zwiększenia liczby próbek ciągu  $x(n)$ . Zwiększenie liczby próbek odbywa się bez znajomości funkcji analitycznej sygnału próbkowanego i odbywa się jedynie na podstawie informacji pochodzącej z próbek przebiegu  $x(n)$  wcześniej próbkowanego z częstotliwością próbkowania  $f_s$ . Najprostszą metodą interpolacji jest liniowa interpolacja o czynnik  $U = 2$ ; W takim przypadku dodawana jest jedna próbka pomiędzy kolejne próbki przebiegu  $x(n)$  obliczana jako średnia arytmetyczna kolejnych próbek. W ogólnym przypadku nowa częstotliwość próbkowania określona jest zależnością  $f_{sn}=U \cdot f_s$  i jest po prostu  $U$ -krotną wielokrotnością pierwotnej częstotliwości próbkowania. Najpopularniejszą metodą interpolacji sygnału dyskretnego jest interpolacja za pomocą ciągu interpolującego opisanego funkcją  $\text{sinc}(n)=\sin(n)/n$ . Algorytm interpolacji funkcją  $\text{sinc}(n)$  jest dwuetapowy. W pierwszym kroku ciąg poddawany interpolacji jest uzupełniany zerami zgodnie z czynnikiem  $U$ . Jeżeli czynnik  $U=4$ , wówczas oznacza to, że co czwarta próbka jest próbka ciągu oryginalnego, a trzy kolejne są zerami  $x'(n)=\{x(0),0,0,0,x(1),0,0,0,x(2),\dots\}$ . W dalszej kolejności sygnał splatany jest z ciągiem interpolującym  $u(m)$ . W efekcie wartości niezerowe próbek pochodzących z interpolacji są sumą kombinacji liniowej próbek oryginalnych pomnożonych przez odpowiednie próbki ciągu interpolacyjnego.

W praktyce ciąg interpolacyjny jest kilka razy dłuższy niż czynnik  $U$ . Przykładowy ciąg interpolacyjny długości  $m=19$  dla czynnika  $U=4$  przedstawiony na rysunku 6



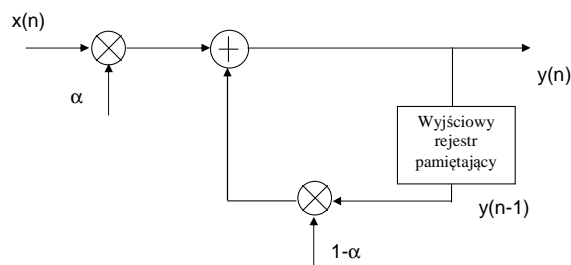
Rys. 6 Przebieg interpolacyjny rzędu  $m=19$

### Algorytmy filtracji cyfrowej i odszumiania

Ze względu na fakt, że każdy sygnał rzeczywisty analogowy lub dyskretny jest zawsze złożeniem składowej zdeterminowanej (sygnału użytecznego) oraz składowej losowej (szumu) istnieje problem redukcji szumu w celu poprawy dynamiki sygnału czyli zwiększenia różnicy pomiędzy amplitudą sygnału użytecznego (np. sygnału pomiarowego) a amplitudą szumu. Zwiększenie dynamiki sygnału rzeczywistego może odbywać się poprzez:

- uśrednianie arytmetyczne synchroniczne (koherentne) sygnałów dyskretnych w dziedzinie czasu,
- uśrednianie arytmetyczne asynchroniczne (niekoherentne) sygnałów dyskretnych w dziedzinie częstotliwości (widm),
- uśrednianie wagowe sygnałów dyskretnych w dziedzinie czasu lub częstotliwości (np. filtry MA, SOI, NOI),
- operacje nieliniowe na sygnałach dyskretnych w dziedzinie czasu lub częstotliwości (np. filtr medianowy, filtry adaptacyjne, polifazowe).

Uśrednianie wykładnicze jest przykładem filtra dolnoprzepustowego będącego cyfrowym odpowiednikiem filtra pasywnego RC. Diagram filtracji pokazany jest na rysunku 7.



Rys.7 Diagram układu uśredniania wykładniczego

Proces uśredniania wykładniczego jest procesem uśredniania w czasie dyskretnym i odbywa się zawsze na dwóch kolejnych próbkach sygnału  $x(n)$ .



System uśredniający wykładniczo jest opisany równaniem:

$$y(n) = \alpha \cdot x(n) + (1 - \alpha) \cdot y(n-1)$$

gdzie  $\alpha$  jest parametrem wagi uśredniania w przedziale (0, 1) decydującym ile próbki bieżącej i poprzedniej ma być przeniesione na wyjście takiego filtra uśredniającego. W tym przypadku uśrednianie prowadzi do poprawy dynamiki (SNR) sygnału przetwarzanego zgodnie z następującą zależnością:

$$SNR_{EXP} = 10 \log_{10} \left( \frac{\alpha}{2 - \alpha} \right) [\text{dB}]$$

Zmniejszanie wartości współczynnika  $\alpha$  zwiększa tłumienie procesu uśredniania i odpowiada zwiększaniu stałej czasowej filtra RC. W skrajnym przypadku dla  $\alpha=1$  układ nie deformuje w żaden sposób sygnału przenosząc go bez zmian na wyjście.

Uśrednianie arytmetyczne wykonywane na kolejnych elementach ciągu filtrowanego  $x(n)$  określane jest mianem średniej ruchomej (ang. Moving Average). Filtry MA ze względu na skutki operacji średniej ruchomej na sygnale należą do filtrów cyfrowych dolnoprzepustowych. Charakterystyka widmowa takiego filtra w dużym uproszczeniu zawsze przyjmuje niezerowe wartości widma ciągu filtrującego w zakresie od częstotliwości 0Hz do pewnej częstotliwości granicznej oznaczanej  $f_G$ . Operacja filtracji poprzez uśrednianie arytmetyczne jest operacją splotu dyskretnego sygnału filtrowanego  $x(n)$  z ciągiem filtrującym  $h(k)$  zgodnie z zależnością:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M h(k)x(n-k)$$

W ogólnym przypadku filtr jest M-tego rzędu co oznacza, że w każdej operacji następuje uśrednianie M próbek sygnału filtrowanego a współczynniki ciągu filtrującego  $h(k)$  są takie same i równe  $1/M$ .

Dla przykładu filtr piątego rzędu mnoży pięć kolejnych próbek sygnału ze współczynnikami filtra równymi:

$$h(0) = h(k) = \frac{1}{M} = 0.2 \Big|_{M=5}$$

W efekcie filtracji sygnału filtrem typu MA ograniczone zostaje pasmo sygnału. Jeżeli widmo sygnału użytecznego znajduje się w paśmie ograniczonym filtracją wówczas następuje zwiększenie dynamiki SNR sygnału użytecznego czyli stosunku amplitudy tego sygnału do wartości skutecznej szumu).

Filtracja medianowa jest przykładem operacji nieliniowej na sygnale  $x(n)$ . W znacznej mierze algorytm przebiega tak samo jak dla filtra MA z tą różnicą, że

zamiast uśredniania arytmetycznego na próbkach wykonywane jest sortowanie tych próbek od wartości najmniejszej do największej a następnie w miejsce próbki przefiltrowanej  $y(n)$  wpisywana jest wartość środkowa posortowanego zbioru. W ten sposób próbki które aktualnie są filtrowane filtrem medianowym są tak ustawiane w ciągu sortowanym, że wartości skrajnie małe i duże zawsze znajdują się na krańcach zbioru i nie pojawiają się w ciągu przefiltrowanym  $y(n)$ .

---

---

### **PRZEBIEG ĆWICZENIA:**

---

---

#### **ZADANIE 1:**

##### *Analiza widmowa sygnału analitycznego próbkowanego programowo*

Przeprowadzenie analizy widmowej dla przebiegu analitycznego poddanego próbkowaniu z zastosowaniem arkusza kalkulacyjnego.

W celu przeprowadzenia analizy widmowej sygnału należy:

Wygenerować ciąg  $x(n)$  będący reprezentacją dyskretną funkcji sinusoidalnej zapisanej zależnością:

$$x(n) = A \cdot \sin(2\pi f n \Delta t)$$

Obliczenie wartości wykonać z krokiem  $\Delta t$  takim aby na jeden okres przebiegu przypadało 16 próbek ( $f_s = 16 \cdot f$ ), a cały ciąg  $x(n)$  reprezentował tylko jeden okres sygnału. Parametry  $A$ ,  $f$ , sygnału  $x(n)$  ustalane są według zaleceń prowadzącego. W dalszej kolejności należy:

- narysować wykres w oparciu o ciąg  $x(n)$ ,
- wyznaczyć widmo zespolone sygnału za pomocą modułu obliczeniowego *Analiza Fouriera* dostępnego w menu *Narzędzia/Analiza Danych*
- obliczyć i narysować ciąg  $Re\{X(k)\}$  oraz  $Im\{X(k)\}$
- obliczyć i narysować wykres ciągu  $|X(k)|$  (moduł liczby zespolonej) czyli widmo amplitudowe sygnału  $x(n)$
- obliczyć i narysować wykres ciągu  $|\varphi(k)|$  (argument liczby zespolonej wyrażony w stopniach) czyli widmo fazowe sygnału  $x(n)$

Do obliczeń wykorzystać funkcje inżynierskie arkusza kalkulacyjnego:

IMAGINARY() – część urojona liczby zespolonej,

IMREAL() – część rzeczywista liczby zespolonej,

IMABS() – moduł liczby zespolonej,

IMARGUMENT() argument  $\varphi$  liczby zespolonej,

COMPLEX(.,.) – konwersja liczb części rzeczywistej i urojonej w liczbę zespoloną,

STOPNIE(), RADIANY() – konwersje kąta fazowego z radianów na stopnie i odwrotnie

## ZADANIE 2

### Analiza widmowa rzeczywistych przebiegów zarejestrowanych kartą pomiarową

W celu uzyskania przebiegów w postaci ciągów dyskretnych należy podłączyć generator sygnału analogowego do wejścia AI0 karty pomiarowej dostępnego na panelu zestawu laboratoryjnego w złączu BNC\_1. Korzystając z programu DataDSP do akwizycji danych z przetwornika A/C karty pomiarowej przeprowadzić próbkowanie synchroniczne następujących sygnałów analogowych pochodzących z cyfrowego generatora:

- sinusoidalnego  $x_1(n)$  o podanych przez prowadzącego parametrach amplitudy i częstotliwości
- kosinusoidalnego  $x_2(n)$  o podanych przez prowadzącego parametrach amplitudy i częstotliwości
- prostokątnego  $x_3(n)$  o podanych przez prowadzącego parametrach amplitudy, częstotliwości i wypełnienia,
- przebiegu  $x_4(n) = \text{sinc}(n)$  o podanych przez prowadzącego parametrach amplitudy i częstotliwości
- impulsu jednostkowego  $x_5(n)$  o podanych przez prowadzącego parametrach amplitudy i częstotliwości
- szumu białego  $x_6(n)$  o zadanej amplitudzie maksymalnej

W każdym przypadku utrzymać taką samą częstotliwość próbkowania ustaloną wcześniej z prowadzącym. Zbiory danych pochodzących z przetwarzania analogowo-cyfrowego zaimportować do arkusza kalkulacyjnego i przedstawić na wykresach. Wykonać dopasowanie długości zbiorów danych do wymagań analizy Fouriera dostępnej w arkuszu. Ze względu na to, że w arkuszu kalkulacyjnym zaimplementowany jest algorytm FFT, dlatego też wymagane ciągi liczbowe sygnału dyskretnego w dziedzinie czasu muszą spełniać warunek, aby ich długość była równa wielokrotności potęgowej liczby 2 (...8, 16, 32, ..., 4096)

W dalszej kolejności przeprowadzić analizę widmową przebiegów od  $x_1(n)$  do  $x_6(n)$  w taki sam sposób jak w zadaniu 1. Na wykresach umieścić tylko przebiegi widma amplitudowego  $|X(k)|$  i fazowego  $|\varphi(k)|$ . W posumowaniu zadania zinterpretować przebiegi widmowe w kontekście właściwości DFT.

### ZADANIE 3

#### Operacja decymacji i interpolacji sygnałów cyfrowych

Wykonać operację decymacji cyfrowej sygnału  $x(n)$  pochodzącego z przetwornika A/C przy trzech różnych stopniach decymacji (1, 3, 5).

W każdym przypadku narysować wykres przebiegu po decymacji oraz widma amplitudowe tych przebiegów. Typ przebiegu poddawanego próbkowaniu i operacji decymacji, oraz jego parametry ustalone z prowadzącym.

W posumowaniu zadania zinterpretować kształt przebiegu widma po decymacji i zaproponować rozwiązanie problemu obserwowanego na wykresach widm przebiegu poddanego operacji decymacji.

### ZADANIE 4

#### Filtracja i odszumianie sygnałów pomiarowych

Przeprowadzenie operacji filtracji oraz odszumiania sygnału dla przebiegów z dużą zawartością składowej losowej (zakłóceń i szumu) i składowych nieokresowych. Dla przebiegów próbkowanych kartą pomiarową typu earthquake, cardio oraz prostokątnego pochodzących z generatora cyfrowego przeprowadzić operację splotu dyskretnego (filtracji) z zastosowaniem następujących filtrów:

- filtra z uśrednianiem wykładniczym (cyfrowy odpowiednik filtra RC) dla  $\alpha=0.3$ ,  $\alpha=0.6$ ,  $\alpha=0.9$
- filtra typu MA (moving average) 5, 9, 19 rzędu.
- filtra nieliniowego medianowego 3 rzędu.

Na wykresach zilustrować przebiegi przed oraz po filtracji z zastosowaniem wskazanych filtrów. Dla każdego przebiegu obliczyć wartość skuteczną przebiegu przed oraz po filtracji. Dla przypadku filtra typu MA obliczyć i narysować na wykresie przebieg widma amplitudowego przed oraz po zastosowaniu filtra cyfrowego.

W posumowaniu zadania zinterpretować kształt przebiegu sygnałów poddanych filtracji oraz wskazać sposoby zwiększenia skuteczności zastosowanych w zadaniu filtrów cyfrowych w kontekście poprawy dynamiki sygnału pomiarowego oraz eliminacji przypadkowych zakłóceń.

---

---

## UWAGI KOŃCOWE

---

---

Użyteczne wzory do określania parametrów sygnałów dyskretnych:

Wartość średnia sygnału dyskretnego w przedziale

$$\bar{x} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} x(n)$$

Wartość średnia całego sygnału dyskretnego

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n)$$

Wartość średnia sygnału dyskretnego okresowego

$$\bar{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+(N-1)} x(n), N - \text{okres}$$

Energia całego sygnału dyskretnego

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2(n)$$

Moc średnia sygnału dyskretnego w przedziale

$$P_x = \overline{x^2} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} x^2(n)$$

Moc średnia całego sygnału (wartość średniokwadratowa)

$$P_x = \bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x^2(n)$$

Moc średnia sygnału dyskretnego okresowego

$$P_x = \overline{x^2}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+(N-1)} x^2(n), N - \text{okres}$$

Wartość skuteczna sygnału dyskretnego

$$x_{RMS} = \sqrt{P_x}$$

---

---

## LITERATURA I MATERIAŁY DODATKOWE

---

---

1. R.G.Lyons Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów, WKŁ, Warszawa 1999
2. T.P. Zieliński Od teorii do cyfrowego przetwarzania sygnałów, Wydawnictwo ANTYKWA, Kraków 2002
3. T.P. Zieliński Zarys cyfrowego przetwarzania sygnałów. Od teorii do zastosowań Wydawnictwo WKŁ, Warszawa 2006
4. R.Plassche Scalone przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo analogowe, Wydawnictwo WKŁ, Warszawa 1997
5. C.M.Gilliam Ewers Zarys cyfrowego przetwarzania sygnałów, Wydawnictwo WKŁ, Warszawa 1999
6. D.Stranneby Cyfrowe przetwarzanie sygnałów metody, algorytmy, zastosowania, Wydawnictwo BTC, Warszawa 2004

### **Materiały dodatkowe:**

1. [www.dspguide.com](http://www.dspguide.com)
2. [www.analog.com/processors/learning/training/dsp\\_book\\_index.html](http://www.analog.com/processors/learning/training/dsp_book_index.html)

# POLITECHNIKA ŁÓDZKA

## KATEDRA PRZYRZĄDÓW PÓŁPRZEWODNIKOWYCH I OPTOELEKTRONICZNYCH

WWW.DSOD.PL

### LABORATORIUM METROLOGII ELEKTRONICZNEJ

<b>ĆWICZENIE NR:</b>	
<b>TEMAT:</b>	

<b>GRUPA LABORATORYJNA</b>		<b>Kierunek/Semestr</b>	
<b>Lp.</b>	<b>NAZWISKO IMIĘ</b>	<b>NR ALBUMU</b>	
<b>1</b>			
<b>2</b>			
<b>3</b>			
<b>4</b>			

<b>Prowadzący:</b>	
<b>Dzień tygodnia:</b> <b>Data wykonania ćwiczenia:</b>	
<b>Data oddania sprawozdania:</b>	
<b>Ocena:</b>	
<b>Uwagi:</b>	